



THE
ABEL
PRIZE
2018

Академия Наук Норвегии приняла решение присудить Абелевскую премию за 2018

Роберту Ф. Лэнглендсу (Robert P Langlands)

Профессору Института высших исследований, Принстон, США,

за его провидческую программу, объединяющую теорию представления с теорией чисел.

Программа Ленглендса предсказывает существование плотной сети связей между автоморфными формами и группами Галуа.

Великим достижением алгебраической теории чисел в первой трети 20 века стала теория полей классов. Эта теория представляет собой широкое обобщение квадратичного закона взаимности Гаусса, и обеспечивает набор мощных инструментов для изучения проблем управляемых абелевыми группами Галуа. Этот неабелев случай оказался значительно более глубоким. Лэнглендс, в своем знаменитом письме Андре Вейлю в 1967, изложил всеохватывающую программу, которая произвела революцию в понимании этой проблемы.

Осознание Лэнглендсом того факта, что следует связать представления групп Галуа с автоморфными формами, привело к неожиданному и фундаментальному пониманию того, что сейчас называется функториальностью Лэнглендса. Функториальность Лэнглендса — это гипотеза о том, что автоморфные представления редуکتивной группы должны быть связаны, посредством соответствующих им L-групп, с представлениями Галуа в дуальной группе.

Жаке и Лэнглендс смогли доказать первый случай функториальности для $GL(2)$, используя формулу следа Селберга. В работе Лэнглендса о замене базиса для $GL(2)$ доказаны последующие случаи функториальности, что сыграло свою роль в доказательстве Уайлсом важных случаев гипотезы Таниямы-Симуры-Вейля.

Группа $GL(2)$ является простейшим примером редуکتивной неабелевой группы. Чтобы продолжить работу в общем направлении, Лэнглендс видел необходимость в существовании стабильной формулы следа, которая к тому времени была выведена Джеймсом Артуром. Вместе с доказательством Нго Бао Тяу так называемой Фундаментальной Леммы, ранее сформулированной Лэнглендсом, это привело к эндоскопической классификации автоморфных представлений классических групп, с точки зрения представлений общих линейных групп.

Функториальность драматическим образом объединяет целый ряд важных результатов, включая модулярность эллиптических кривых и доказательство гипотезы Сато-Тейта. Она также придает больший вес и глубину многим выдающимся гипотезам, таким, как гипотезы Рамануджана-Петерсона и Селберга, а также гипотезе Хассе-Вейля о дзета-функциях.

Функториальность для редутивных групп над числовыми полями остается недостижимой, но уже достигнуты огромные результаты, благодаря работе многих экспертов, среди которых такие лауреаты Премии Филдса, как Дринфельд, Лаффорд и Нго. Всех их ведет и вдохновляет свет путеводной звезды программы Лэнглендса. Были разработаны новые аспекты этой теории, такие, как гипотезы Лэнглендса о локальных полях и полях функций, и геометрическая программа Лэнглендса. Благодаря идеям Лэнглендса, автоморфные представления стали играть важную роль в других областях математики, что превосходит самые смелые мечты первых пионеров, таких, как Вейль и Хариш-Чандра.

