

XXIX.

THÉORÈMES ET PROBLÈMES.

Journal für die reine und angewandte Mathematik, herausgegeben von *Crelle*, Bd. 2, Berlin 1827.

Théorème. Si la somme de la série infinie

$$a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots + a_m x^m + \dots$$

est égale à zéro pour toutes les valeurs de x entre deux limites réelles α et β , on aura nécessairement

$$a_0 = 0, \quad a_1 = 0, \quad a_2 = 0, \quad \dots \quad a_m = 0 \quad \dots,$$

de sorte que la somme de la série s'évanouira pour une valeur quelconque de x .

Problème. En supposant la série

$$f x = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots$$

convergente pour toute valeur positive *moindre* que la quantité positive α , on propose de trouver la limite vers laquelle converge la valeur de la fonction $f x$, en faisant converger x vers la limite α .

Théorème. Si l'équation différentielle séparée

$$\frac{a dx}{\sqrt{\alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3 + \varepsilon x^4}} = \frac{dy}{\sqrt{\alpha + \beta y + \gamma y^2 + \delta y^3 + \varepsilon y^4}},$$

où $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, a$ sont des quantités *réelles*, est algébriquement intégrable, il faut nécessairement que la quantité a soit un nombre *rationnel*.

Problème. Trouver une intégrale *algébrique* des deux équations séparées:

$$\frac{dx \sqrt{3}}{\sqrt{3+3x^2+x^4}} = \frac{dy}{\sqrt{3-3y^2+y^4}},$$

$$\frac{dx \sqrt{3}}{\sqrt{1+x^2+x^4}} = \frac{dy}{\sqrt{1-x^2+x^4}}.$$

Journal für die reine und angewandte Mathematik, herausgegeben von *Crelle*, Bd. 3, Berlin 1828.

Problème. Le nombre $\alpha^{\mu-1} - 1$ peut-il être divisible par μ^2 , μ étant un nombre premier, et α un entier moindre que μ et plus grand que l'unité?