XXIII.

THÉORÈME GÉNÉRAL SUR LA TRANSFORMATION DES FONCTIONS ELLIPTIQUES DE LA SECONDE ET DE LA TROISIÈME ESPÈCE.

Journal für die reine und angewandte Mathematik, herausgegeben von *Crelle*, Bd. 3, Berlin 1828.

Si une intégrale algébrique $f(y,x)=0$ satisfait à l'équation

$$\frac{dy}{\sqrt{(1-y^2)(1-c'^2y^2)}}=a\,.\,\frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-c^2x^2)}},$$

on aura toujours

$$\int\frac{A+Bx^2}{1-\frac{x^2}{n^2}}\cdot\frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-c^2x^2)}}=\int\frac{A'+B'y^2}{1-\frac{y^2}{m^2}}\cdot\frac{dy}{\sqrt{(1-y^2)(1-c'^2y^2)}}+k\log p,$$

où A, B, n sont des quantités données, A', B', m, k des quantités constantes, fonctions des premières, et p une certaine fonction algébrique de y et x. Il est très remarquable que les paramètres m et n sont liés entre eux par la même équation que y et x, savoir $f(m,n)=0$. Dans le cas où n est infini, le premier membre deviendra seulement une fonction de la seconde espèce, et dans ce cas on pourra démontrer que

$$(a)\quad\int(A+Bx^2)\frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-c^2x^2)}}=\int(A'+B'y^2)\frac{dy}{\sqrt{(1-y^2)(1-c'^2y^2)}}+v,$$

où v est une fonction algébrique des variables x et y.

Au reste il est aisé de démontrer la formule (a). Il n'y a qu'à différentier l'équation

$$a\int\frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-c^2x^2)}}=\int\frac{dy}{\sqrt{(1-y^2)(1-c'^2y^2)}}$$

par rapport au module c. Je me réserve de donner dans un autre mémoire des développemens plus étendus sur le théorème ci-dessus.